

ИҚТИСОДИЁТДА ИНТЕРВАЛ ҲИСОБЛАШЛАРНИ ТАШКИЛ ҚИЛИШ



<https://doi.org/10.24412/2181-1784-2022-23-1080-1086>

Турапова Азиза Усмановна

Тошкент Давлат Иқтисодиёт Университети

“Умумий ва аниқ фанлар” кафедраси математика фани ўқитувчиси

Email: turapova.au@gmail.com

АННОТАЦИЯ

Мақолада интервал алгоритмлар учун ҳисоблаш дастурларини яратиш муаммолари тадқиқ қилинган. Бунда интервал ҳисоблашларни ташкил қилишининг ўзига хос жиҳатлари, соҳада мавжуд дастурий маҳсулотларнинг имкониятлари асосан иккита йўналишида, яъни интервал ҳисоблашлар учун яратилган махсус дастурлаш тиллари ва мавжуд дастурлаш муҳитлари учун интервал кутубхоналар яратиш соҳасида ўрганилди. Шунингдек, чизиқли интервал тенгламалар системаларининг мумкин бўлган ечимлар тўпламини 3D ҳамда 2D визуаллаштириш дастурий таъминоти имкониятлари аниқ мисолларда кўрсатиб берилди.

Калим сўзлар: интервал алгоритмлар, интервал тип, яхтилаш хатолиги, ечим тўпلام, интервал арифметика, интервал кутубхона, дастурлаш тиллари.

АННОТАЦИЯ

В статье исследуются проблемы создания вычислительных программ для интервальных алгоритмов. При этом изучались особенности организации интервальных вычислений, возможности существующих программных продуктов, созданных в области интервального анализа, в основном по двум направлениям: специальные языки программирования, разработанные для интервальных вычислений и интервальные библиотеки для существующих программных сред. Также, показаны возможности программных продуктов для 3D и 2D визуализации допусковых множеств решений интервальных линейных систем уравнений в конкретных примерах.

Ключевые слова: интервальные алгоритмы, интервальный тип, ошибки округлений, множество решений, интервальная арифметика, интервальная библиотека, языки программирования.

ABSTRACT

The article examines the problems of creating computational programs for interval algorithms. At the same time, the features of the organization of interval

calculations, the possibilities of existing software products created in the field of interval analysis were studied, mainly in two directions: special programming languages developed for interval calculations and interval libraries for existing software environments. Also, the possibilities of software products for 3D and 2D visualization of tolerance sets of solutions of interval linear systems of equations in specific examples are shown.

Keywords: *interval algorithms, interval type, rounding errors, solution set, interval arithmetic, interval library, programming languages.*

КИРИШ

Маълумки, кўп ҳолларда реал табиий жараёнларни математик моделлаштиришда ҳисобга олинмаган параметрларнинг қийматлари детерминалланмаган хусусиятга эга эканлигини кузатамиз. Ҳозирги кунда бундай масалаларни ечишда эҳтимоллар назарияси ва статистик моделлаштириш, норавшан тўпламлар назарияси ва интервал анализ усуллари кенг қўлланилиб келинмоқда. Айниқса, қийматлари маълум амплитудада тебраниб турувчи катталикларни интервал усуллар асосида моделлаштириш кафолатли ечимлар олиш имконини беради. Интервал анализ илмий йўналиш сифатида ажралиб чиққанига кўп вақт бўлмаган бўлсада, жуда кўплаб амалий масалаларни ечишда ўз тадбиқини топди. “Масалан, ҳозирги кунгача квант физикаси, механика масалалари, динамик ва электроэнергетик тизимларни моделлаштиришда, робототехникада, гидрологик ва геофизик томография, компьютер графикаси ва бошқа кўплаб соҳаларда кафолатли ечимларни олишда фойдаланиб келинмоқда” [1;3]. У дастлаб электрон ҳисоблаш машиналари (ЭҲМ)да ҳисоблаш жараёнини, яъни яхлитлаш хатолигини автоматик назорат қилувчи восита сифатида намоён бўлган бўлса, кейинги пайтларда аниқмасликларни ҳисобга олувчи, топилган тақрибий ечимларнинг аниқ ечимларга қанчалик яқинлигининг кафолатли баҳоларини олиш каби қатъий математик таъминотга эга.

АСОСИЙ ҚИСМ

Маълумки, интервал анализда **интервал** $[a, b] = \{x | x \in \mathbb{R}, a \leq x \leq b\}$ мустақил бутун объект сифатида қаралади ва ЭҲМда ҳисоблашларни бажариш жараёнида табиийки, алоҳида тип сифатида киритилади (масалан, INTERVAL), яъни стандарт типлар ҳисобланган REAL ёки INTEGER типларига аналог тип ҳосил қилинади. “Соҳа олимларининг формал бўлмаган келишувига асосан, интервал катталиклар адабиётларда **қалин** (русча «жирный» ёки инглизча

“**Bold**”) шрифтларда ёзилади, бошқа типли катталикларни ёзишда эса алоҳида ажратилмайди” [2;10.]. Шунингдек, интервал сондан иборат ечим “Интервал ечим”, ҳақиқий сондан иборат ечимлар “Нуктали ечим” (русчасига “точечное решение”) терминлари ишлатилади. Интервал типли катталиклар устида бажариладиган арифметик амаллар куйидаги қоидаларга бўйсунди:

$$\mathbf{a+b} = [\underline{a}, \bar{a}] + [\underline{b}, \bar{b}] = [\underline{a+b}, \bar{a+b}], \quad (1)$$

$$\mathbf{a-b} = [\underline{a}, \bar{a}] - [\underline{b}, \bar{b}] = [\underline{a-b}, \bar{a-b}], \quad (2)$$

a

$$\cdot \mathbf{b} = [\underline{a}, \bar{a}] * [\underline{b}, \bar{b}] = [\min\{\underline{a} \cdot \bar{a}, \underline{a} \cdot \bar{b}, \bar{a} \cdot \underline{b}, \bar{a} \cdot \bar{b}\}, \max\{\underline{a} \cdot \bar{a}, \underline{a} \cdot \bar{b}, \bar{a} \cdot \underline{b}, \bar{a} \cdot \bar{b}\}], \quad (3)$$

$$\mathbf{a/b} = \frac{[\underline{a}, \bar{a}]}{[\underline{b}, \bar{b}]} = [\underline{a}, \bar{a}] \cdot \left[\frac{1}{\bar{b}}, \frac{1}{\underline{b}}\right], \quad \text{бу ҳолда } 0 \notin b. \quad (4)$$

Биламизки, ЭҲМда тасвирлаш мумкин бўлган, фиксирланган аниқликдаги ихтиёрий REAL типли машина сонлари тўплами, математикада ўрганиладиган ҳақиқий сонлар тўплами билан мос келмайди. Шу сабабли, арифметик (мантиқий) амалларни ЭҲМда бажарганда кўп ҳолларда амаллар натижаларини машинада тасвирлаш мумкин бўлган сонларга алмаштириш зарурати пайдо бўлади. Айнан шу ҳолатда ЭҲМда яхлитлаш хатолиги юзага келади. Замонавий компьютерларда яхлитлаш одатда компьютерда тасвирлаш мумкин бўлган энг яқин сонга алмаштириш орқали амалга оширилади, аммо агар керак бўлса, бу яхлитлаш усули ҳисоблаш тизими буйруқлари ва созламалари ёрдамида ўзгартирилиши мумкин. Бунда куйидаги савол пайдо бўлади: Арифметик амаллар натижаларини интерваллар чегаралари билан қандай яхлитлаш мумкин? Биринчи навбатда, бу ечилаётган масаланинг характерига ва унинг ечимларига қўйилган талабга боғлиқ. Маълумки, ЭҲМда ҳисоблаш жараёни элементар ҳисоблаш амалларининг аниқ кетма-кетлигини бажаришдан иборат бўлади. Сонли натижа берадиган ўша амалларни кўриб чиқамиз. Бу ҳолда ҳар бир амал куйидаги иккита босқичда бажарилади деб ҳисоблаш мумкин:

- амалларнинг “*аниқ натижа*” си топилади;
- топилган сон яхлитланади.

“Аниқ натижа” – ЭҲМ нинг архитектураси ва математик таъминоти билан аниқланадиган назарий қийматнинг қандайдир сонли аппроксимацияси. “Ўз навбатида яхлитлаш ҳолати ЭҲМ архитектураси ва машина арифметикасининг ташкилий тамойиллари билан аниқланади. В бу Бунда ҳисоблаш натижаси машина сонидан иборат бўлиб, аппроксимация хатолигини

турли усуллар билан камайтириш мумкин: масалан, ҳисоблаш тизимида икки каррали ёки кўп каррали аниқликни ташкил этиш, самарали ҳисоблаш алгоритмларини танлаш ва ҳ.к.” [7;8]

Агар кирувчи интервал аниқмасликлар, яъни интервал кенглиги катта бўлган ва натижанинг охири рақамлари ишончилиги аҳамиятсиз бўлган ҳолларда, ЭХМ нинг яхлитлаш муаммосини шунчаки эътиборсиз қолдириш мумкин.

Интервал анализ соҳасидаги дастурий маҳсулотлар серияси ўтган асрнинг 60-йилларида Германиянинг Карлсруэ университетида ишлаб чиқиладиган бошлаган. Ушбу университет профессори У.Кулиш раҳбарлигида “real interval – ҳақиқий интервал” типига эга бўлган ҳамда бу типдаги объектлар билан интервал арифметик амалларни бажаришга мўлжалланган ALGOLTRIMPLEX алгоритмик тили яратилди. Бу алгоритмик тил ALGOL-60 тилининг кенгайтирилган варианты эди. Кейинчалик шу олимлар жамоаси томонидан XSC – “eXtention for Scientific Computing” авлод дастурлаш тиллари яратилди ва у “илмий ҳисоблашларни кенгайтириш учун” каби маънони англатади. Бу тилдаги дастурлаш тилларига: Pascal-XSC [5], Fortran-XSC ва C-XSC [6] лар киради.

ТАДҚИҚОТ МЕТОДОЛОГИЯСИ.

Компьютерли ҳисоблашларда хатоликлар тарқалишининг муҳим тавсифий жиҳатлардан бири сонни тасвирлаш шакли ҳисобланади. Маълумки ҳақиқий сонлар компьютерда фиксирланган ёки сузувчи нуқтали (floating point numbers) сонлар шаклида тасвирланади. Фиксирланган нуқтали ҳолатда яхлитлаш хатолигининг манбаси фақат кўпайтириш ва бўлиш амаллари ҳисобланади. Сузувчи нуқтали ҳолатда эса яхлитлаш хатолиги фақат амални аниқ бажаришни ҳисобга олувчи системали восита ишга туширилган ҳолатларда пайдо бўлади.

Сузувчи нуқтали сонларнинг асосий камчилиги қуйидагилардан иборат:

- ҳақиқий сонларнинг кўпчилигини мантисса узунлиги чекли бўлганлиги сабабли сузувчи нуқтали сон ёрдамида аниқ ифодалаб бўлмайди;
- сузувчи нуқтали сонлар устида бажариладиган арифметик амаллар хоссалари ҳақиқий сонлар устида бажариладиган идеал математик амаллар хоссаларидан (қутулиб бўлмайдиган яхлитлаш туфайли) фарқ қилади;
- сузувчи нуқтали форматдаги сон, у тасвирлаётган катталиқнинг аниқ эканлиги ҳақидаги ҳеч қандай маълумотни бермайди.

Демак, сузувчи нуқтали мавжуд ҳисоблаш модели сонни аниқ тасвирлай олмайди ва ҳисоблаш хатолигини ҳам назорат қилолмайди. Шунинг учун ҳам сузувчи нуқтали кўпгина ҳисоблашларда натижа аниқлиги таҳлилини бермайди. Бундай ҳисоблашлар муҳим критик қарорлар қабул қилишда катта таваккалчиликка олиб келади. Бундай ҳолатга АҚШ нинг 1991 йил 25 февралдаги “Пэтриот” зенит ракетасининг Дхаран (Саудия арабистони) даги ҳалокатини мисол қилиб келтириш мумкин. У аслида Америка ҳарбий объектларини ҳимоя қилиш мақсадида Ироқнинг “Скад” ракетасини йўқ қилиш учун учирилган эди, сузувчи нуқтали форматда бажарилган ҳисоблашларда яхлитлаш хатолигининг ҳисобга олинмагани натижасида ракета нишондан 700 метрга адашган. “Шунингдек, 1996 йил 4 июнда Гвианада учирилган “Ариан-5” номли француз космик ракетасининг портлашига ҳам компьютердаги ҳисоблаш хатолиги сабаб бўлган” [3;7]. Интервал анализ усуллари компьютер ҳисоблашларида содир бўладиган барча турдаги хатоликларни назорат қилиш имкониятига эга. Бунга мисол сифатида Швециянинг Упсал университети профессори В.Тукернинг динамик тизим параметрлари учун Лоренц аттракторининг қатъий исботини топганлигини келтириш мумкин. Бу муаммо динамик тизим моделлари билан шуғулланадиган мутахассислар ҳамжамиятида янги минг йиллик учун кўйилган катта масала эди. В. Тукер ушбу муаммо ечимини исботлашда кўп ўлчовли интервал арифметика ёрдамида олинган, қатъий қафолатланган, компьютерда олинган баҳоларни қўллади [4;5].

Интервал арифметик амаллар натижасини икки томонлама қамраб олиш учун, натижавий интервални ташқи интервалга коррективировка қилиш зарурати туғилади. Бу қуйидагича амалга оширилади: интервал арифметик амал бажарилгандан кейин натижавий интервалнинг чап чегараси $(1 - \varepsilon_M)$ га, ўнг чегараси эса $(1 + \varepsilon_m)$ га кўпайтирилади, бунда ε_M - дастурлаш тили воситасида тасвирлаш мумкин бўлган энг кичик мусбат сон.

Дастурлаш тилларида арифметиканинг ихтиёрий (ёки чекли талаб қилинган) аниқликка эришиш доим назарда тутилишини таъкидлаш лозим. Ушбу турдаги арифметикалар жуда қиймати баланд, аммо улардан фойдаланиш баъзи замонавий сонли алгоритмларнинг критик нуқталарида жуда зарур ҳисобланади (ва яқин келажак учун керак бўлади). Гап шундаки, интервал арифметиканинг ўзи натижа аниқлигини оширувчи восита бўлолмайди. Уни ҳисоблаш жараёнида яхлитлаш хатолигини шунчаки назорат қилиш воситаси сифатида қараш мумкин, лекин яхлитлаш хатолигининг пайдо бўлишига таъсир қилолмайди. Ҳисоблаш ва якуний натижалар аниқлигини ошириш учун

яхлитлаш хатоликларига қарши фаол воситалар керак, яъни оралик маълумотлар ва улар билан ҳисоблашларнинг аниқлигини ошириш, ҳеч бўлмаганда алгоритмларнинг танланган жойларида, алгоритмларнинг ўзларини қайта тузиш ва ҳ.к.

Интервал арифметик амалларнинг зарурий компоненти бўлган сузувчи нуқталар арифметикаси учун яхлитлаш режимини доимий равишда жорий этиш - интервал ҳисоблашларнинг секинлашишига олиб келади ва умумий ишлаш кўрсаткичларини сезиларли даражада пасайтиради. Кейинги қадам аппарат таъминотини йўлга қўйиш - интервал арифметикага оид кўрсатмаларнинг тўлиқ тўпламини ташкил қилиш, бу оддий нуқтали ва интервал амалларда компьютерлар тезлигидаги узилишни минимал даражага туширишга имкон яратади.

Интервал дастурлаш тилларини ривожлантириш истиқболлари ҳақида сўз юритганимизда шуни таъкидлаш керакки, улар яхлитлаш режимини тўлиқ назорат қилишлари лозим, яъни фойдаланувчининг хоҳишига кўра турли хил амалларда керакли режимни ёқиш, ўчириш ва тайинлаш, шунингдек, арифметик амалларнинг йўналтирилган яхлитлашсиз вариантини киритиш ҳам мумкин бўлиши керак. Хусусан, бизга "қандай керак бўлса" шундай яхлитлайдиган махсус Input/Output форматлари зарур бўлади.

Интервал арифметик амалларнинг асосий кутубхоналарини ташкил қилиш унчалик қийинчилик туғдирмайди ва бу ишни ихтиёрий юқори даражали дастурлаш тилларида (PASCAL, Fortran, C, C++ ва б.) сузувчи нуқтали машина арифметикаси хусусиятлари билан таниш бўлган ўртача тажрибага эга дастурчилар амалга ошириши мумкин. “C++ дастурлаш тили бўйича бундай кўрсатма, масалан, [8] китобнинг “Ўзинг бажар” («Do it yourself») бобида берилган”. [8;23]

Муайян турдаги процессорлар ва компьютер архитектуралари учун интервал арифметиканинг ишлашини оптималлаштириш, шунингдек, элементар функцияларнинг интервал кенгайтмаларини (функцияларнинг энг яхши яқинлашиш математик муаммоси билан чамбарчас боғлиқ) амалга ошириш анча қийин масала ҳисобланади.

ХУЛОСА

Интервал анализ соҳасида яратилган ҳисоблаш дастурий маҳсулотлари хилма-хилдир. Интервал анализ йўналишининг пайдо бўлишига ҳам айнан масалаларни ЭХМда ечиш жараёни туртки бўлган дейиш мумкин. Демак, интервал анализ соҳасининг ривожланиши бевосита компьютер

технологиялари ва уларнинг дастурий таъминоти билан узвий боғлиқдир. Соҳада яратилган дастурий маҳсулотлар ҳақидаги маълумотларни манбалардан олиш мумкин. Бу манбаларда келтирилган интервал дастурий маҳсулотлар рўйхати доимо янгиланиб ва тўлдирилиб борилмоқда. Айниқса, АҚШ нинг Эль-Пасо даги Техас университети профессори В.Крейнович томонидан ташкил этилган “Interval Computations” сайтидан интервал ҳисоблашларга мўлжалланган оддий калькулятордан тортиб, то ихтисослаштирилган дастурлаш тилларгача маълумотлар олиш мумкин.

REFERENCES

1. Шарый С.П. Конечномерный интервальный анализ. ИВТ СО РАН – Новосибирск: Издательство «XYZ», 2019, <http://www.nsc.ru/interval/?page=Library/InteBooks>.
2. Kearfott R.B., Nakao M.T., Neumaier A., Rump S.M., Shary S.P., Hentenryck P. Standardized notation in interval analysis. // Computational technologies. 2010. – Т.15. – №1. – С. 7–13.
3. Новосибирск давлат университети “Математик моделлаштириш” кафедраси профессори С.П.Шарый ва унинг шогирдлари томонидан яратилган “Интервальный анализ и его приложения” номли вебсайт <http://www.nsc.ru/interval>.
4. Ибрагимов А.А. Интервально–аналитические методы в математическом моделировании: Дис. ... канд. физ.–мат. наук.– Ташкент:
5. Klatte R., Kulish U., Neaga M., Ratz D. and Ullrich C. Pascal-XSC – Language References with Examples, -New-York: Springer-Verlag, 1992.
6. Klatte R., Kulish U., Wieth A., Lawo C. and Rauch M. C-XSC: A C++ Class Library For Extended Scientific Computing. –Berlin, Germany: SpringerVerlag, 1993.
7. V.Kreynovich website of the “Interval Computations” <http://www.cs.utep.edu/interval-comp/intsoft.html> and <http://www.cs.utep.edu/interval-comp/intlang.html>.
8. C++ дастурлаш тилида IEEE 1788 стандарти асосида ишлаб чиқилган интервал кутубхона сайти <https://github.com/nehmeier/libieeep1788>.