(E)ISSN: 2181-1784
4 (5), May, 2024
www.oriens.uz

ЭЛЕМЕНТЫ КОМБИНАТОРИКИ

Зайнолобидинова Х.Р.
Ферганский государственный университет
xzaynolobidinova@gmail.com

АННОТАЦИЯ

В данной статье приведены некоторые примеры решаемые с помощью классического определения теории вероятности, геометрического определения теории вероятности.

Ключевые слова: *вероятность, полная группа, элементарные исходы, равновозможные события, размещение, сочетание.*

ABSTRACT

This article provides some examples that can be solved using the classical definition of probability theory and the geometric definition of probability theory.

Key words: *probability, complete group, elementary outcomes, equally possible events, placement, combination.*

Комбинаторика – это раздел математики, который занимается подсчетом возможных вариантов расположения, комбинаций или выбора объектов, а также поиском закономерностей или структур, возникающих в результате такого расположения.

Комбинаторика может, к примеру, ответить на такие вопросы:

Какова вероятность того, что при бросании монеты выпадет герб?

Сколькими способами можно посадить 5 студентов на 5 стульев?

Сколькими способами можно посадить 4 студентов на 9 стульев.

В сувенирном магазине продаются 6 видов кружек, Сколько есть способов выбрать 4 разные?

Пусть m – число элементарных исходов испытания, благоприятствующих появлению события A; n – общее число возможных элементарных исходов испытания.

Определение. Вероятность события A равна отношению числа элементарных событий благоприятствующих событию A, к общему числу равновозможных элементарных событий.

При классическом определении вероятность определяется равенством

$$P(A) = m/n$$

Предполагается, что элементарные исходы образуют полную группу и равновозможны.

1. При перевозке ящика, в котором содержались 21 стандартная и 10 нестандартных деталей, утеряна одна деталь, причем неизвестно какая. Наудачу извлеченная (после перевозки) из ящика деталь оказалось стандартной. Найти вероятность того, что была утеряна:

а) стандартная деталь; б) нестандартная деталь[1-3].

Решение. *а*) Извлеченная стандартная деталь, очевидно не могла быть утеряна; могла быть потеряна любая из остальных 30 деталей

(21-1+10=30), причем среди них было 20 стандартных (21-1=20). Вероятность того, что была потеряна стандартная деталь,

$$P(\mathrm{A}) = 20/30 = 2/3.$$

б) Среди 30 деталей, каждая из которых могла быть утеряна, было 10 нестандартных. Вероятность того, что потеряна нестандартная деталь,

$$P(\mathrm{B}) = 10/30 = 1/3.$$

Ответ: а) $P(A) = 2/3; P(B) = 1/3$.

Определение. Перестановки – это специальный случай размещений, когда выборка так же велика, как данное множество.

Размещения по n элементов из n называются перестановками из n элементов.

Вычисляя перестановки, определяем, сколькими способами можно переупорядочить элементы множества, не меняя их количество.

Количество перестановок обозначается как P_n, где n – количество элементов множества.

Перестановки вычисляется по формуле:

$P_n = n!$

Перестановки с повторениями вычисляется по формуле:

$$\bar{P}_n(k_1, k_{2,\dots,}k_l) = \frac{n!}{k_1! * \dots * k_l!}$$

2. Сколькими способами можно посадить 5 студентов на 5 стульев?

Решение. Так как количество студентов и количество стульев равны, воспользуемся формулой перестановки. $n = 5$, так как число стульев и студентов равно пяти.

$P_5 = 5! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5$

Отсюда, $P_5 = 120$

Ответ: $P_5 = 120$.

Определение. Размещением из n элементов по m элементов $(m \leq n)$ называется упорядоченная выборка элементов m из данного множества элементов n.

Количество размещений из n элементов по m элементов обозначается A_n^m (читается как «размещение из n элементов по m элементов»).

Число m показывает количество элементов размещения (сколько элементов выбирается).

Число n показывает количество элементов данного множества.

Два размещения из n элементов считаются различными, если они отличаются самими элементами или порядком их расположения.

Размещения вычисляется по формуле:

$A_n^m = \frac{n!}{(n-m)!}$ или $A_n^m = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot \ldots \cdot (n-m+1)$

Размещения с повторениями вычисляется по формуле:

$\bar{A}_n^k = n^k$

3. В пассажирском поезде 9 вагонов. Сколькими способами можно рассадить в поезде 4 человека, при условии, что все они должны ехать в различных вагонах?

Решение. Так как все пассажиры должны ехать в разных вагонах, требуется отобрать 4 вагона из 9 с учетом порядка (вагоны отличаются номерами) , эти выборки – размещения из n различных элементов по m элементов, где $n = 9$, $m = 4$. Число таких размещений находим по формуле:

$A_n^m = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot \ldots \cdot (n-m+1)$.

Получаем: $A_9^4 = 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 = 3024$.

Ответ: 3024 способами можно рассадить в поезде 4 человека.

Определение. Сочетанием из n элементов по m элементов $(m \leq n)$ называется выборка элементов m из данного неупорядоченного множества

Количество сочетаний обозначается как C_n^m (читается: сочетания из n по m).

Сочетания вычисляется по формуле:

$$C_n^m = \frac{n!}{m!\,(n-m)!}$$

Сочетания с повторениями вычисляется по формуле:

$$\bar{C}_n^k = C_{n+k-1}^k = \frac{(n+k-1)!}{k! * (n-1)!}$$

4. Найти вероятность того, что при бросании трех игральных костей шестерка выпадет на одной (безразлично какой) кости, если на гранях двух других костей выпадут числа очков, на совпадающие между собой (и не равные шести)[4-5].

Решение. Общее число элементарных исходов испытания равно числу сочетаний из шести элементов по три, т. е. C_6^3.

Число исходов, благоприятствующих появлению шестерки на одной грани и различного числа очков (не равного шести) на гранях двух других костей, равно числу сочетаний из пяти элементов по два, т. е. C_5^2.

Искомая вероятность равна отношению числа исходов, благоприятствующих интересующему нас событию, к общему числу возможных элементарных исходов: $P(C) = C_5^2/C_6^3 = 1/2$.

Ответ: $P(C) = 1/2$.

Вывод: При решении задач важно применить одну из формул сочетания, размещения и перестановки. Если порядок выбранных элементов не важен, то применяем формулу сочетания. Если порядок выбранных элементов важен, то применяем либо формулу перестановки, либо размещения. Формула перестановки применяется, когда выбираются все n элементов, если наоборот, то размещения. Формула сочетаний с повторениями, размещений с повторениями, перестановки с повторениями используются когда среди выбранных элементов есть повторения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ (REFERENCES):

1. Гнеденко Б. В. Курс теории вероятностей. – М.: Физматгиз, 1988.
2. Гмурман В. Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике – М.: Высш. Школа, 1979.
3. Yusupova, A., & Gafforov, R. (2021). The role of student attentiveness in the classroom of probability theory and mathematical statistics in higher education. *Asian Journal of Research in Social Sciences and Humanities*, *11*(11), 72-76.
4. Yusupova, A. K., & Gafforov, R. A. (2021). Refining One Theorem For The Romanovsky Distribution. *The American Journal of Interdisciplinary Innovations and Research*, *3*(06), 103-108.
5. Абдулатипова Зарнигор Алишер кизи, Юсупова Анора Каримовнаю. Комбинаторные задачи о шахматах. LXXVIII международная научно-практическая конференция "Химия, физика, биология, математика: теоретические и прикладные исследования". 17.11.2023с.17-25.