IKKITA BUZILISH CHIZIG'IGA EGA BO'LGAN GIPERBOLIK TIPDAGI TENGLAMALAR UCHUN CHEGARAVIY MASALA

Malika Abduolimova Qudratxo'ja qizi
FarPI "Oliy matematika" kafedrasi assistenti, Farg'ona, O'zbekiston
m.abduolimova@gmail.com

ANNOTATSIYA

Ushbu maqolada sohaning chegarasida buziladigan giperbolik tipdagi tenglama uchun Meyer funksiyasi va uning xossalari, shuningdek, Mellin almashtirishi, funksiyadan boshqa funksiya bo'yicha olingan kasr tartibli integrodifferensial operatorlar yordamida chegaraviy masala o'rganilgan. Ikkita buzilish chizig'iga ega bo'lgan giperbolik tipdagi tenglamalar uchun chegaraviy masala cheksiz ko'p yechimga ega ekanligi ko'rib chiqilgan.

Kalit so'zlar: *Meyer funksiyasi, Mellin almashtirishi, integral operator, funksiyadan boshqa funksiya bo'yicha olingan kasr tartibli integrodifferensial operatorlar.*

КРАЕВЫЕ ЗАДАЧИ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ ГИПЕРБОЛИЧЕСКОГО ТИПА С ДВУМЯ ЛИНИЯМИ ВЫРАЖДЕНИЯ

Малика Абдуолимова Кудратхужа кизи
Ассистент кафедры "Высшей математики" ФерПИ, Фергана, Узбекистан
m.abduolimova@gmail.com

АННОТАЦИЯ

В данной статье исследуется краевая задача для уравнения гиперболического типа, которое нарушается на границе поля с помощью функции Мейера и ее свойств, а также подстановки Меллина, дробных интегродифференциальных операторов, производных от другой функции. Для уравнений гиперболического типа с двумя линиями искажения краевая задача считается имеющей бесконечное число решений.

Ключевые слова: *функция Мейера, подстановка Меллина, интегральный оператор, дробные интегродифференциальные операторы производные от функции, отличной от функции.*

EDGE PROBLEMS FOR A HYPERBOLIC TYPE EQUATION WITH TWO EXPRESSION LINES

Malika Abduolimova Qudratkhuja qizi
Assistent of the Department of Higher Mathematics, FarPI, Fergana, Uzbekistan

ABSTRACT

This article explores one of the properties of integral operators that are widely used and important in setting and verifying correct problems for the telegraph equation. It is considered that the result obtained is also valid in the inverse integral operator, and that these results are also valid in general.

Keywords: *core, Bessel function, integral operator, subgroup, telegraph equation, Riemann-Liuville, inverse operators, special derivative, differential equation, parameter.*

KIRISH

Quyidagi tenglamani Ω sohada ko'ramiz

$$(-y)^m U_{xx} - x^n U_{yy} = 0, \quad m > n > 0 \,. \qquad (1)$$

Bu yerda $\Omega - (x,y)$ o'zgaruvchilar tekisligida (1) tenglamaning $A(0,0), B(q^{1/q},0)$ nuqtalardan chiquvchi

$$AC:\ \frac{1}{2}x^q - \frac{1}{p}(-y)^p = 0, \quad BC:\ \frac{1}{2}x^q + \frac{1}{p}(-y)^p = 1$$

xarakteristikalar va $y=0$ to'g'ri chiziqning AB kesmasi bilan chegaralangan chekli bir bog'lamli soha. Bu yerda $2p = m+2,\ 2q = n+2$.

Funksiyadan boshqa funksiya bo'yicha olingan $|l|$ kasr tartibli integrodifferensial operatorlarni quyidagicha kiritamiz [1-7]:

$$D^l_{0,x;g(x)}\varphi(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{\Gamma(-l)}\displaystyle\int_0^x \left[g(x)-g(t)\right]^{-l-1}\varphi(t)g'(t)dt, & l<0; \\ \dfrac{d^{n+1}}{d\left(g(x)\right)^{n+1}} D^{l-(n+1)}_{0,x;g(x)}\varphi(x), & l>0, \end{cases} \qquad (2)$$

bu yerda $g(x)$ – uzluksiz hosilaga ega monoton funksiya ($g'(x)>0$); $\varphi(x)\in L[AB]; \Gamma(z)$ –Eylerning gamma funksiyasi [2] ; l – haqiqiy son; n – l ning butun qismi.

MUHOKAMA VA NATIJALAR

Masala. Quyidagi shartlarni qanoatlantiruvchi $U(x,y)$ funksiya topilsin:

1) $U(x,y)\in C\left(\overline{\Omega}\right)\cap C^1\left(\Omega\cup AB\right)$,

$$\int_0^q \left|U_y(x^{1/q},0)\right|\left[x(1-x)\right]^{-\frac{m}{m+2}}dx < \infty\,;$$

2) $U(x,y)$ funksiya (1) tenglamaning Ω sohadagi regulyar yechimi;

3) $U(x,y)$ funksiya quyidagi shartlarni qanoatlantirsin:

$U(x,y)=\tau(x),\ x\in\overline{AB}$, (3)

$D_{0,x;x^{2q}}^{l_1}\left(x^{2q}\right)^{l_2}U\left[\theta(x)\right]=a(x)U_y(x,0)+b(x)U(x,0)+c(x),\ x\in J$, (4)

bu yerda $\tau(x), a(x), b(x), c(x)$ – berilgan funksiyalar, $l_1\ va\ l_2$ esa – berilgan haqiqiy sonlar; $D_{0,x;x^{2q}}^{l}$ – $|l|$ kasr tartibli integrodifferensial operator ; $\theta(x)$ – (1) tenglamaning $(x,0)$ nuqtadan chiquvchi xarakteristikalari va AC xarakteristikalari bilan kesishish nuqtasi.

(1) tenglama uchun (1)- (4) masala $n=0, l_1<2-\beta$ va $l_2=0$ bo'lganda [8-19] ishda o'rganilgan. Bu yerda $2\alpha=\frac{n}{n+2},\ 2\beta=\frac{m}{m+2}$.

Teorema : Quyidagi shartlar bajarilsin :

1) $1-\beta<l_1<2-\beta, l_1+\frac{2\beta-3}{2}<l_2<l_1-1$;

2) $\tau(x)=\left(x^{2q}\right)^{\sigma}\tau_1(x), \tau_1(x)\in C^{k+1}(\overline{J})\cap C^{k+3}(J)$,

$\frac{2\beta-1}{2}+l_1-l_2<\sigma<l_1-l_2$, bu yerda k son $l_1-\beta$ sonining butun qismi;

3) $a(x), b(x)\in C(\overline{J}),\ a(x)\neq 0,\ x\in\overline{J}$.

U holda (1)- (4) masala cheksiz ko'p yechimga ega.

Isbot.

Koshi masalasining yechimini beruvchi [3] formuladan, (4) shartga ko'ra $u_y(x,0)=\nu(x)$ funksiyaga nisbatan

$a(x)\nu(x)+\gamma_2\Phi\left[\nu(x)\right]=F(x),\ x\in J$ (5)

formulani hosil qilamiz.

Bu yerda

$$\Phi\left[\nu(x)\right]=\frac{d}{dx^{2q}}\psi(x), \quad (6)$$

$$\psi(x)=\left(x^{2q}\right)^{l_1-l_2+(2-\alpha-\beta)/2}\int_0^x\left(y^{2q}\right)^{\frac{\alpha-\beta-1}{2}}\nu(y)\times$$

$$\times G_{33}^{30}\left(\frac{y^{2q}}{x^{2q}}\left|\begin{matrix}\frac{2-\alpha-\beta}{2} & \frac{1+\alpha-\beta}{2} & l_2-l_1+2-\frac{\alpha+\beta}{2}\\ \frac{1}{2} & 0 & l_2-\frac{\alpha+\beta}{2}+1\end{matrix}\right.\right)dy^{2q}\ , (7)$$

$$F(x)=\frac{d^{k+1}}{d\left(x^{2q}\right)^{k+1}}\left(x^{2q}\right)^{l_2-l_1-\frac{\alpha+\beta}{2}+1}\int_0^x\left(y^{2q}\right)^{\frac{\alpha+\beta}{2}-1}\tau(y)\times$$

$$\times G_{33}^{30}\left(\frac{y^{2q}}{x^{2q}}\left|\begin{matrix}\frac{1-\alpha+\beta}{2} & \frac{\alpha+\beta}{2} & l_2-l_1-\frac{\alpha+\beta}{2}+k+2\\ \frac{1}{2} & 0 & l_2-\frac{\alpha+\beta}{2}+1\end{matrix}\right.\right)dy^{2q}-b(x),\quad x\in J\text{ , (8)}$$

$G_{33}^{30}(...)$ – Meyer funksiyasi.

$$\frac{d}{dx^{2q}}\left(x^{2q}\right)^{l_2-l_1-\frac{\alpha-\beta}{2}-1}\int_0^x G_{33}^{30}\left(\frac{y^{2q}}{x^{2q}}\left|\begin{matrix}l_1-l_2+\frac{\alpha+\beta-1}{2} & l_1 & l_1-l_2-\frac{\alpha+\beta}{2}\\ l_1-l_2 & l_1-l_2+\frac{2\alpha-1}{2} & 1\end{matrix}\right.\right)dy^{2q}$$

operatorni (7) tenglikni har ikki tomoniga qo'llash orqali

$$\nu(x)=\left(x^{2q}\right)^{(1-\alpha+\beta)/2}\frac{d}{dx^{2q}}\left(x^{2q}\right)^{l_1-l_2+\frac{\alpha+\beta}{2}-1}\int_0^x\psi(y)\times$$

$$\times G_{33}^{30}\left(\frac{y^{2q}}{x^{2q}}\left|\begin{matrix}l_1-l_2+\frac{\alpha+\beta-1}{2} & l_1 & l_1-l_2+\frac{\alpha+\beta}{2}\\ l_1-l_2 & l_1-l_2+\alpha-\frac{1}{2} & 1\end{matrix}\right.\right)dy^{2q}\quad(9)$$

tenglikka ega bo'lamiz.

(7) va (9) tengliklarni o'zaro bog'liqligi, hamda (5) tenglikdan

$$\frac{d}{dx^{2q}}\psi(y)+a_1(x)\left(x^{2q}\right)^{l_2-l_1+\frac{\alpha+\beta}{2}-2}\left[\left(l_2-l_1+\frac{\alpha+\beta}{2}\right)\times\right.$$

$$\times\int_0^x\psi(y)G_{33}^{30}\left(\frac{y^{2q}}{x^{2q}}\left|\begin{matrix}l_1-l_2+\frac{\alpha+\beta-2}{2} & l_1-1 & l_1-l_2+\frac{\alpha+\beta}{2}-1\\ l_1-l_2-1 & l_1-l_2+\alpha-\frac{3}{2} & 0\end{matrix}\right.\right)dy^{2q}+\quad(10)$$

$$\left.+\int_0^x y^{2q}\psi'(y)G_{33}^{30}\left(\frac{y^{2q}}{x^{2q}}\left|\begin{matrix}l_1-l_2+\frac{\alpha+\beta-2}{2} & l_1-1 & l_1-l_2+\frac{\alpha+\beta}{2}-1\\ l_1-l_2-1 & l_1-l_2+\alpha-\frac{3}{2} & 0\end{matrix}\right.\right)dy^{2q}\right]=F(x)$$

tenglamaga ega bo'lamiz, bu yerda $a_1(x)=\gamma_2^{-1}a(x)\left(x^{2q}\right)^{(2-\alpha+\beta)/2}$.

(6) tenglikdan

$$\psi(x)=\psi(0)+\int_0^x\Phi(t)dt^{2q}\qquad(11)$$

tenglamani hosil qilamiz. (6) va (2) tengliklarni (10) tenglikka qo'yish orqali

$$\Phi(x)+a_1(x)\left(x^{2q}\right)^{l_1-l_2+\frac{\alpha+\beta}{2}-2}\left[\left(l_1-l_2+\frac{\alpha+\beta}{2}\right)\times\right.$$

$$\times\int_0^x G_{33}^{30}\left(\frac{y^{2q}}{x^{2q}}\middle|\begin{matrix} l_1-l_2+\frac{\alpha+\beta-3}{2} & l_1-1 & l_1-l_2+\frac{\alpha+\beta}{2}-1 \\ l_1-l_2-1 & l_1-l_2+\alpha-\frac{3}{2} & 0\end{matrix}\right)dy^{2q}\int_0^y\Phi(s)ds+ \qquad (12)$$

$$\left.+\int_0^x G_{33}^{30}\left(\frac{y^{2q}}{x^{2q}}\middle|\begin{matrix} l_1-l_2+\frac{\alpha+\beta-2}{2} & l_1-1 & l_1-l_2+\frac{\alpha+\beta}{2}-1 \\ l_1-l_2-1 & l_1-l_2+\alpha-\frac{3}{2} & 0\end{matrix}\right)y^{2q}\Phi(y)dy^{2q}\right]=F(x)+g(x)$$

tenglamaga ega bo'lamiz. Bu yerda

$$g(x)=\left(l_2-l_1+\frac{\alpha+\beta}{2}\right)a_1(x)\left(x^{2q}\right)^{l_1-l_2+\frac{\alpha+\beta}{2}-2}\psi(0)\times$$

$$\times\int_0^x G_{33}^{30}\left(\frac{y^{2q}}{x^{2q}}\middle|\begin{matrix} l_1-l_2+\frac{\alpha+\beta-3}{2} & l_1-1 & l_1-l_2+\frac{\alpha+\beta}{2}-1 \\ l_1-l_2-1 & l_1-l_2+\alpha-\frac{3}{2} & 0\end{matrix}\right)dy^{2q}\ . \ (13)$$

Agar G_{33}^{30} – Meyer funksiyasidan hosila olish formulasidan foydalansak, (12) tenglama kuchsiz maxsuslikka ega bo'lgan Volterra 2-tur integral teglamasi ekanligini ko'rsatish mumkin. Bundan kelib chiqadiki, u yechimga ega. U holda (5) tenglama ham yechimga egaligi kelib chiqadi [20-27].

(1)-(4) masala yechimi yagona emasligini ko'rsatish uchun (5) tenglamaga mos bir jinsli tenglama:

$$a(x)\nu(x)+\gamma_2\Phi\left[\nu(x)\right]=F(x), \quad x\in J \quad (14)$$

trivial bo'lmagan yechimga ega ekanligini ko'rsatish yetarli.

Ba'zi almashtirishlardan so'ng (14) tenglamadan Volterra 2-tur integral teglamasini hosil qilamiz. Bu tenglamaning o'ng tomonida qatnashayotgan $g(x)$ funksiya (12) formula bilan aniqlanadi.

XULOSA

Teorema shartiga ko'ra, $g(x)\neq 0,\ x\in\overline{J}$. Demak, (14) tenglama trivial bo'lmagan yechimga ega. Shuning uchun ham umumiy nazariyaga asosan bir jinsli bo'lmagan (5) tenglama cheksiz ko'p yechimlarga ega.

Teorema isbotlandi.

REFERENCES

1. Оразов, И. (1981). Об одной краевой задаче со смещением для обобщенного уравнения Трикоми. *Дифференциальные уравнения*, *17*(2), 339-344.
2. Пестун Л.В. (1965). Решение задачи Коши для уравнения $y^{\beta}u_{xx} - x^{\alpha}u_{yy} = 0$. Волжский матем.сборник, вып.3. 289-295.ст
3. Прудников А.П. Бричков Ю.А. Маричев О.И. (1986). Интегралы и ряды. Дополнителные главы. М.:Наука, 800 с.
4. Kosimov, K., & Mamayusupov, J. (2019). Transitions melline integral of fractional integrodifferential operators. *Scientific Bulletin of Namangan State University*, *1*(1), 12-15.
5. Nazarova, G. A., & Arziqulov, Z. O. (2019). Determinig the intervention for privatization of parablical digestive differencial testing in maple system. *Scientific Bulletin of Namangan State University*, *1*(11), 19-26.
6. Shadimetov, K., & Daliyev, B. (2021, July). Composite optimal formulas for approximate integration of weight integrals. In *AIP Conference Proceedings* (Vol. 2365, No. 1, p. 020025). AIP Publishing LLC.
7. Abdurazakov, A., Makhmudova, N., & Mirzamakhmudova, N. (2021). On one method for solving degenerating parabolic systems by the direct line method with an appendix in the theory of filration.
8. Hayotov, A., & Bozarov, B. (2021, July). Optimal quadrature formulas with the trigonometric weight in the Sobolev space. In *AIP Conference Proceedings* (Vol. 2365, No. 1, p. 020022). AIP Publishing LLC.
9. Абдуразаков, А., Махмудова, Н., & Мирзамахмудова, Н. (2020). Численное решение методом прямых интеграла дифференцирования уравнений, связанных с задачами фильтрации газа. *Universum: технические науки*, (7-1 (76)), 32-35.
10. Hayotov, A., & Bozarov, B. (2021, July). Optimal quadrature formulas with the trigonometric weight in the Sobolev space. In *AIP Conference Proceedings* (Vol. 2365, No. 1, p. 020022). AIP Publishing LLC.
11. Абдуразаков, А., Махмудова, Н., & Мирзамахмудова, Н. (2019). Решения многоточечной краевой задачи фильтрации газа в многослойных пластах с учетом релаксации. *Universum: технические науки*, (11-1 (68)).
12. Мирзамахмудов, Т., & Умарова, Г. (2014). Некоторые вопросы основ местного самоуправления. In *Теория и практика развития экономики на международном, национальном, региональном уровнях* (pp. 222-224).

13. Fayzullayev, J. I. (2020). Mathematical competence development method for students through solving the vibration problem with a maple system. *Scientific Bulletin of Namangan State University*, *2*(8), 353-358.
14. Мирзамахмудов, Т. М., Рахимов, Н. Р., Мусаев, Э. С., Гафуров, У. А., Бутаев, Т. Б., & Зокиров, Р. З. (1991). Датчик-зонд для определения влажности.
15. Шадиметов, Х. М., & Далиев, Б. С. (2020). Коэффициенты оптимальных квадратурных формул для приближенного решения общего интегрального уравнения Абеля. *Проблемы вычислительной и прикладной математики*, (2 (26)), 24-31.
16. Hayotov, A. R., Bozarov, B. I., & Abduganiev, A. (2018). Optimal formula for numerical integration on two dimensional sphere. *Uzbek Mathematical Journal*, *3*, 80-89.
17. Bozarov, B. I. (2019). An optimal quadrature formula with sinx weight function in the Sobolev space. *Uzbekistan Academy Of Sciences Vi Romanovskiy Institute Of Mathematics*, 47.
18. Hayotov, A., & Bozarov, B. (2021, July). Optimal quadrature formulas with the trigonometric weight in the Sobolev space. In *AIP Conference Proceedings* (Vol. 2365, No. 1, p. 020022). AIP Publishing LLC.
19. Alimjonova, G. (2021). Modern competencies in the techno-culture of future technical specialists. *Current research journal of pedagogics (2767-3278)*, *2*(06), 78-84.
20. Каримов, Ш. Т., & Хожиакбарова, Г. (2017). Аналог задачи гурса для одного неклассического уравнения третьего порядка с сингулярным коэффициентом. *Toshkent shahridagi turin politexnika universiteti*, 121.
21. Tillabayev, B., & Bahodirov, N. (2021). Solving the boundary problem by the method of green's function for the simple differential equation of the second order linear. *ACADEMICIA: An International Multidisciplinary Research Journal*, *11*(6), 301-304.
22. Kosimov, H., & Tillabaev, B. (2018). Mixed fractional order integral and derivatives for functions of many variables. *Scientific journal of the Fergana State University*, *1*(2), 5-11.
23. Ахмедова, Г. А., & Файзуллаев, Ж. И. (2014). Управление инновационной активностью промышленных предприятий на основе эффективных методов ее оценки и стимулирования. *Актуальные проблемы гуманитарных и естественных наук*, (4-1).

24. Fayzullaev, J. (2020). A systematic approach to the development of mathematical competence among students of technical universities. *European Journal of Research and Reflection in Educational Sciences Vol*, *8*(3).

25. Mirzakarimov, E. M., & Faizullaev, J. I. (2019). Method of teaching the integration of information and educational technologies in a heterogeneous parabolic equation. *Scientific Bulletin of Namangan State University*, *1*(5), 13-17.

26. Ernazarov, A. A. (2020). The relevance of the use of computer-aided design systems for teaching students of higher educational institutions. *Scientific Bulletin of Namangan State University*, *2*(8), 348-353.

27. Абдуразаков, А., Махмудова, Н., & Мирзамахмудова, Н. (2020). Численное решение методом прямых интеграла дифференцирования уравнений, связанных с задачами фильтрации газа. *Universum: технические науки*, (7-1 (76)), 32-35.

28. Abdurazakov, A., Makhmudova, N., & Mirzamakhmudova, N. (2020). The numerical solution by the method of direct integrals of differentiation of equations have an application in the gas filtration theorem.

29. Nazarova, G. (2021). Modern pedagogical factors for the development of analytical thinking in future economists. *Academicia: An International Multidisciplinary Research Journal*, *11*(3), 511-517.

30. Atroshchenko, P. V., & Yusupova, N. I. (2007). On an approach to risk forecasting in leasing activities. *Problemy Upravleniya*, *6*, 35-40.

31. Azizov, M. S., & Rustamova, S. T. (2017). Yuqori tartibli differensial tenglamalarni bernulli tenglamasiga keltirib yechish. *Toshkent shahridagi turin politexnika universiteti*, 61.