BIRINCHI TARTIBLI DIFFERENSIAL TENGLAMA YORDAMIDA ELEKTROTEXNIKAGA OID MASALALARNI YECHISH

Abdurasulov Xalil QarMII dotsenti
Xolov Komil Normamatovich QarMII dotsenti
Qarshiyev Bekzod Boyxonovich QarMII assistenti

ANNOTATSIYA

Elektrotexnikadagi tokning kuchi, kuchlanishi, zanjir qarshiligi, o'zinduksiya koeffiseint (elektr yurutuvchi kuch) larining o'zgarishi davomida – ularni aniqlash hamda uzish va ulanish ekstratokining o'zgarishi haqidagi masalalarni, qandaydir sig'imga ega bo'lgan kondensator zaryadlarini aniqlash kabi masalalarni birinchi tartibli differensial tenglamalar yoki birinchi tartibli differensial tenglamalar sistemasi yordamida yechish usullari ko'rsatilgan.

***Kalit so'zlar**: Elektrotexnika, zanjir, kuchlanish, kondensator sig'imi, vaqt , zaryad, elektr yurituvchi kuch, o'zinduksiya koeffisienti, tok kuchi, Om qonuni, davr, maksimum qiymat, qarama–qarshi, umimiy, differensial tenglama, xususiy yechim, umumiy yechim, almashtirish, boshlang'ich momentlar, uzish va ulanish ekstratoki, birinchi tartibli, tenglamalar yechish.*

АННОТАЦИЯ

При изменении силы тока, напряжения, сопротивления цепи, коэффициентов самоиндукции (ЭДС) в электротехнике - такие вопросы, как их обнаружение и изменение отключения и экстраполяции подключения, определение зарядов конденсаторов любой емкости, первых- показаны методами решения с использованием дифференциальные уравнения первого порядка или система дифференциальных уравнений первого порядка.

***Ключевые слова**: Электротехника, цепь, напряжение, емкость конденсатора, время, заряд, движущая сила, коэффициент самоиндукции, ток, закон Ома, период, максимальное значение, противоположное, общее, дифференциальное уравнение, специальное решение, общее решение, подстановка, начальные моменты, выписки разбивки и соединения, первый порядок, решение уравнений.*

ABSTRACT

During the change of current strength, voltage, circuit resistance, self-induction coefficients (electromotive force) in electrical engineering - issues such as their detection and change of disconnection and connection extrapolation, determination *of capacitor charges of any capacity methods of solving using first-order differential equations or a system of first-order differential equations are shown.*

***Keywords**: Electrical engineering, circuit, voltage, capacitor capacity, time, charge, driving force, self-induction coefficient, current, Ohm's law, period, maximum value, opposite, general, differential equation, special solution, general solution , substitution, starting moments, breakdown and connection extracts, first-order, solving equations.*

KIRISH

Matematik tadqiqot usullari hozirgi zamon fan va texnikasida o'ziga xos muhim o'rniga ega. Hisoblash texnikasining rivojlanishi va uni inson faoliyatining barcha jabhalarida tatbiqining kengayishi bilan matematikaning ahamiyati yanada oshdi. Matematik hisoblashlar fanning turli yo'nalishlariga-texnika, iqtisodiyot, boshqaruv va shu kabi insoniyat faoliyatida matematikadan foydalanadigan sohalardan tashqari – ilgari matematikada qo'llanilmagan boshqa sohalarga ham chuqur kirib bormoqda, shu sababli matematika - fan va texnikaning tili - bo'lib qoldi. Uning yordamida tabiat va jamiyatda sodir bo'layotgan hodisa va jarayonlar –modellashtirilmoqda, o'rganilmoqda va oldindan aytib berilmoqda. Hozirgi kunda – ko'pgina sohalarda matematikaning – shunday bilimlarini amalda qo'llayaptilarki, ular bir oz avval tor yo'nalishdagi mutaxassisliklarga ham ma'lum emas edi.

Ko'plab hodisalarni o'rganish jarayonlari differensial tenglamalarni tuzishga olib keladi. Hozirgi davrda oliy texnika o'quv yurtlarida amaliy va texnik masalalrning shartlaridan foydalanib, differensial tenglamalarni tuzish va uni yechish talab etiladi.

Matematikaning – texnik masalalarga tatbig'ida differensial tenglamalar-fizika, nazariy mexanika, materiallar qarshiligi, gidravlika, mashina va mexanizmlar nazariyasi, elektrotexnika, kimyo, biologiya, ishlab chiqarish texnologiyalari va boshqa fanlar bilan bog'liq masalalarni yechishga imkon beradi.

Bunday masalalarni yechish-albatta differensial tenglamalarni tuzishga olib keladi. Shuning uchun, har xil fizik-matematik va maxsus fanlarning elementar qonunlarini – yaxshi bilish kerak bo'ladi. Tabiatda ro'y berayotgan hodisa va jarayonlarni o'rganish, xossalarni tavsiflash, kattaliklarning o'zgarish qonunlarini o'rganishda matematika – fani boshqa fanlarning ma'lumotlarni o'z ichiga oladi. Bu fanlarning mavjudligida – matematika asoslarini qo'llamasligi mumkin emas.

Lekin masalaning berilishiga qarab – yuqorida ko'rsatilgan bandlardan ayrimlari bo'lmasligi ham mumkin.

Differensial tenglamalarni qo'llab-amaliy masalalalrni yechishda ko'proq ixtirochilik va o'rganilayotgan jarayonni chuqur tushunish kerak bo'ladi, buning uchun juda ko'p masala va misollar yechish natijasidagina malakani yuqori darajaga oshirish mumkin.

MUHOKAMA VA NATIJALAR

Hozir esa elektrotexnikaga oid masalalarni birinchi tartibli differensial tenglamalar tuzish – berilgan boshlang'ich shartlardan foydalanib – xususiy yechimni va qo'shimcha shartlardan foydalanib yordamchi – parametrlarni topish (proporsionallik koeffisiyenti va boshqalar) larni ko'ramiz.

Masala 1. Kuchlanishi E va qarshiligi R bo'lgan C sig'imli kondensator zanjirga ulangan. Kondensatorni t vaqtda ulangandagi q zaryadini toping.

Yechish. t vaqtdagi kondensatorning q zaryadi va tok kuchi

$$J = \frac{dq}{dt}$$

bo'lsin. Shu paytda zanjirda (EYuK) V ta'sir etadi. Bu EYuK

$$V = E - \frac{q}{C}$$

Om qonuniga asosan $J = \frac{V}{R}$ ni hisobga olib, quyidagi ifodani yozamiz

$$\frac{dq}{dt} = \frac{E - \frac{q}{C}}{R}$$

yoki

$$R\frac{dq}{dt} = E - \frac{q}{C}. \quad (1)$$

(1) tenglama birinchi tartibli chiziqli tenglamadir. Bu tenglamani integrallab, quyidagi umumiy yechimni hosil qilamiz

$$q = CE - C_1 e^{\frac{t}{CR}}.$$

Boshlang'ich shart $t = 0$ da $q = 0$ dan foydalanib C_l ni topamiz

$$0 = CE - C_1 e^{\frac{0}{CR}}$$

bundan

$$C_l = CE.$$

U holda xususiy yechim

$$q = CE(1 - e^{\frac{t}{CR}})$$

bo'ladi.

Masala 2. Zanjirda $E = 300$ volt kuchlanish bor. Zanjirning qarshiligi $R = 150$ Om. O'z induksiya koeffsiyenti $L = 30$ genri. Zanjir ulanganda hosil bo'lgan J tok kuchi qancha vaqtda o'zining eng yuqori qiymati 99% ga erishadi.

Yechish. O'z induksiyaning (EyuK) tok kuchining ortishiga proporsional. Zanjirdagi L o'z induksiya koeffisiyenti proporsionallik koeffisiyenti bo'ladi. Zanjir ulanganda unga ikkita qarama-qarshi EYuK lar ta'sir etadi. Zanjirning kuchlanishi E va o'z induksiya EYuK.

$$E_l = -L\frac{dJ}{dt}.$$

Bu EYuK larning algebraik yig'indisi

$$V = E + E_1 = E - l\frac{dJ}{dt}$$

ko'rinishda bo'ladi. Zanjirdagi J tok kuchi Om qonuniga asosan quyidagi ko'rinishda bo'ladi

$$J = \frac{V}{R}. \qquad (2)$$

(1) ni (2) ga qo'yamiz

$$J = \frac{E - L\frac{dJ}{dt}}{R} \qquad \text{yoki} \qquad RJ = E - L\frac{dJ}{dt}. \qquad (3)$$

(2) tenglamaning o'zgaruvchilarini ajratib, quyidagi ifodani hosil qilamiz:

$$RJdt = Edt - LdJ \qquad \text{yoki} \qquad LdJ = (E - RJ)dt.$$

Oxirgi tenglikdan

$$dt = \frac{LdJ}{E - RJ} \qquad (4)$$

ifodani hosil qilamiz. (4) ni integrallab, umumiy yechimni topamiz

$$t = L\int\frac{dJ}{E - RJ} = -\frac{L}{R}\ln(E - RJ) + C. \qquad (5)$$

$t = 0$ da $J = 0$ shartdan C ni topamiz

$$0 = \frac{L}{R}\ln(E - R\cdot 0) + C \qquad C = \frac{L}{R}\ln E. \quad (6)$$

VOLUME 2 | ISSUE 5
ISSN 2181-1784
SJIF 2022: 5.947
ASI Factor = 1.7

J ning eng yuqori qiymati $t \to \infty$ da $J = \frac{E}{R}$ bo'lgani uchun, masalaning shartiga asosan $J = 0{,}99\frac{E}{R}$ bo'ladi. Bundan izlanayotgan vaqt quyidagi ifodaga teng bo'ladi.

$$t = \frac{L}{R}\ln\frac{E}{E - 0{,}99E} = \frac{L}{R}\ln 100 \qquad (7)$$

(7) ga $L = 30,\ R = 150$ qiymatlarni qo'yamiz:

$$t = \frac{30}{150}\ln 100 \equiv 0{,}92 sek$$

Masala 3. Qarshiligi R va o'zinduksiyasi h bo'lgan zanjirga davriy bo'lgan $E_1 = a\sin\frac{2\pi}{T}t$ elektr yurituvchi kuch ta'sir etmayapti (bu yerda: $T-$ davr, $t-$ vaqt, $a - E_1$ ning maksimal qiymatiga teng bo'lgan o'zgarmas son).

Vaqtning ixtiyoriy momentidagi i tok kuchini toping (bosh momentda $i = 0$).

Yechish. Zanjirda E_1 elektr yurituvchi kuchdan tashqari, bunga qarama-qarshi $h = \frac{di}{dt}$ ga teng bo'lgan o'zinduksiya elektr yurituvchi kuchi ta'sir etadi.

Demak, zanjirda ikkita kuch ta'siri: Elektr yurituvchi kuch

$$E_1 = a\sin\frac{2\pi}{T}t$$

va bunga qarama-qarshi induksiya elektr yurituvchi kuchi

$$E_2 = -h\frac{di}{dt}.$$

Umumiy elektr yurituvchi kuch ushbu ifodaga ega bo'ladi

$$E = E_1 + E_2 = a\sin\frac{2\pi}{T}t - h\frac{di}{dt}$$

Zanjirdagi tok kuchi Om qonuniga asosan quyidagi ko'rinishga ega

$$i = \frac{E}{R}.$$

Shunjay qilib,

$$i = \frac{a\sin\frac{2\pi}{T}t - h\frac{di}{dt}}{R}.$$

VOLUME 2 | ISSUE 5
ISSN 2181-1784
SJIF 2022: 5.947
ASI Factor = 1.7

$k=\dfrac{2\pi}{T}$ belgilash kiritib, ushbu differensial tenglamani hosil qilamiz

$$h\frac{di}{dt}+Ri=a\sin kt. \qquad (1)$$

(1) bir jinsli bo'lmagan birinchi tartibli chiziqli differensial tenglamadir.

$$\frac{di}{dt}+\frac{R}{h}i=0 \quad \text{yoki} \quad \frac{di}{i}=-\frac{R}{h}dt$$

Bu tenglamani integrallaymiz.

$$\int\frac{di}{i}=-\frac{R}{h}\int dt.$$

Bundan

$$\ln i=-\frac{R}{h}t+\ln c \quad \text{yoki} \quad i=ce^{-\frac{R}{h}t} \quad \text{kelib chiqamiz.}$$

(1) ni xususiy yechimini quyidagi ko'rinishda izlaymiz.

$$i_{xus}=A\sin kt+B\cos kt \qquad (2)$$

A va B koeffisiyentlar topilishi kerak bo'lgan noma'lum sonlar.

(2) dan qo'yidagini hosil qilamiz:

$$\frac{di_{xus}}{dt}=Ak\cos kt-Bk\sin kt \qquad (3)$$

(2) va (3) larni (1) ga qo'yamiz va soddalashtiramiz

$$(A\frac{R}{h}-Bk)\sin kt+(Ak+B\frac{R}{h})\cos kt=\frac{a}{h}\sin kt$$

Bu ayniyatning har ikkala tomonidagi koeffisiyentlarni tenglab quyidagi sistemani hosil qilamiz

$$\begin{cases} A\dfrac{R}{h}-Bk=\dfrac{a}{h} \\ Ak+B\dfrac{R}{h}=0. \end{cases} \qquad (4)$$

(4) dagi A va B larni topamiz

$$A=\frac{aR}{k^2h^2+R^2}, \quad B=\frac{akh}{k^2h^2+R^2}.$$

Shunday qilib, xususiy yechim quyidagi ko'rinishga ega

$$i_{xus}=\frac{aR}{k^2h^2+R^2}\sin kt-\frac{akh}{k^2h^2+R^2}\cos kt$$

(1) ning umumiy yechimi

$$i = ce^{\frac{R}{h}t} + \frac{aR}{k^2h^2+R^2} - \frac{akh}{k^2h^2+R^2}\cos kt. \qquad (5)$$

$t=0$ da $i=0$ boshlang'ich shartdagi o'zgarmas c ni topamiz

$$0 = ce^{\frac{R}{h}0} + \frac{aR}{k^2h^2+R^2}\sin(k\cdot 0) + \frac{akh}{k^2h^2+R^2}\cos(k\cdot 0).$$

Bundan

$$c = \frac{akh}{k^2h^2+R^2}. \qquad (6)$$

(6) ni (5) ga qo'yib, (1) ning xususiy yechimini topamiz:

$$i = \frac{a}{k^2h^2+R^2}\left(khe^{-\frac{Rt}{h}} + R\sin kt - kh\cos kt\right).$$

Masala 4. (uzish va ulanish ekstratoki): Induktivlik zanjirida o'tish jarayoni sodir bo'ladi. L induktivlik va R aktiv qarshilik o'zgarmas bo'lsin. V kuchlanish t vaqtning funksiyasi, ya'ni $V=V(t)$ bo'lsin. Boshlang'ich tok $J=J_0$ ga teng. J tokning t vaqtga bog'lanishini toping. $V=V_0=const$ bo'lgan holni qarab chiqing.

Yechish. Zanjirdagi J tok vaqt o'tishi bilan o'zgarishi va L induktivlik mavjudligi tufayli o'zinduksiyaning quyidagi EYuK hosil bo'ladi

$$J_L = -L\frac{dJ}{dt}$$

Kirxgof qonuniga ko'ra zanjirdagi kuchlanishning pasayishi RJ EYuK lar yig'indisi

$$V - L\frac{dJ}{dt}$$

ga teng bo'ladi. Shunday qilib

$$V - L\frac{dJ}{dt} = JR \qquad \text{yoki} \qquad V = L\frac{dJ}{dt} + JR$$

tenglamani hosil qilamiz. Bu birinchi tartibli chiziqli tenglama, $V=V(t)$ ga almashtirib, tenglamaning ikkala qismini L ga bo'lib, quyiushbu tenglamani hosil qilamiz:

$$\frac{dJ}{dt} + \frac{R}{L}J = \frac{V(t)}{L}$$

Bu tenglamaning yechimini topish uchun $J = U(t)Z(t)$ almashtirish kiritamiz:

$$J' = U'Z + UZ'$$

$$U'Z + UZ' + \frac{R}{L}UZ = \frac{V(t)}{L}$$

$$U'Z + (Z' + \frac{R}{L}Z)U = \frac{V(t)}{L}$$

$$Z' + \frac{R}{L}Z = 0$$

$$\frac{dZ}{Z} = -\frac{R}{L}dt$$

$$Z = e^{-\frac{R}{L}t}$$

$$U'Z = \frac{V(t)}{L}$$

$$\frac{dU}{dt} \cdot e^{-\frac{R}{L}t} = \frac{V(t)}{L}$$

$$U = \frac{1}{L}\int_0^t V(\tau)e^{\frac{R}{h}\tau}d\tau + C$$

$$J = U \cdot Z = e^{-\frac{R}{L}t}(C + \frac{1}{L}\int_0^t V(\tau)e^{\frac{R}{L}\tau}d\tau)$$

$t = 0$ da $J = J_0$ bo'lgani uchun $C = J_0$ bo'ladi.

$$J = e^{-\frac{R}{L}t}\left(J_0 + \frac{1}{L}\int_0^t V(\tau)e^{\frac{R}{L}\tau}d\tau\right)$$

$V = V(t) = V_0 = const$ bo'lgani uchun

$$J = e^{-\frac{R}{L}t}(J_0 + \frac{V_0}{L}\int_0^\tau e^{\frac{R}{L}\tau}d\tau)$$

$$J = \frac{V_0}{R} + \left(J_0 + \frac{V_0}{L}\right)e^{-\frac{R}{L}t}$$

hosil bo'ladi.

a) $V_0 = 0$ desak, zanjirning uzilishidagi so'nish toki formulasi hosil bo'ladi.

$$j = J_0 e^{-\frac{R}{L}t}.$$

Zanjirda kuchlanish bo'lmagan holda faqat o'zinduksiyaning EYuK ta'siri natijasida zanjirdan o'tadigan bu tok o'zini ekstratoki deyiladi.

b) Agar $J_0 = 0$ bo'lsa, demak zanjirning ulanishdagi toki uchun formula hosil bo'ladi.

$$J = \frac{V_0}{R}(l + e^{\frac{R}{L}t})$$

Bu ifodadan ko'rinadiki, J tok ulangandan so'ng Om qonuni bilan aniqlanadigan $\frac{V_0}{R}$ qiymatgacha o'sib boradi, chunki tutashuv ekstratoki deb ataluvchi $\frac{V_0}{R}e^{-\frac{R}{L}t}$ tok juda tez kamayadi.

REFERENCES

1. Понтрягин Л.С. Обыкновенные дифференциалные уравнения. М., Наука, 1969.
1. Ляшко И.И. и др. Дифференциалные уравнения. Киев: Высшая школа, 1981.
2. Филиппов А.Ф. Сборник задач по дифференциальним уравнениям. М. Наука, 1979.
3. Салахитдинов М.С., Ф.Н.Насритдинов. Оддий дифференциал тенгламалар. Т. Ўзбекистон, 1994.