Oriental Renaissance: Innovative, educational, natural and social sciences
Research BIB / Index Copernicus

(E)ISSN: 2181-1784
4(8), Sep., 2024
www.oriens.uz

τ-CHEGARALANGAN FAZO HAQIDA HAQIDA AYRIM MULOHAZALAR

Karimov Sardor Yashinovich
Toshkent davlat texnika universiteti Olmaliq filiali
Matematika va tabiiy fanlar kafedrasi assistenti.
mr_man89@mail.ru

ANNOTATSIYA

Ushbu maqolada shu kunga qadar topologiya fanining ochiq muammolaridan biri τ-chegaralangan fazolarning T_2 (Hausdorff fazosi) shartni qanoatlantirsa, T_3 (Regulyar fazo) ham bo'lishi isbotlangan va T_4 (Normal fazo) bo'lmasligiga qarshi misol ko'rsatilgan va lokal kuchsiz zichlik va lokal zichlik o'rtasidagi munosabat o'rganilgan.

Kalit so'zlar: *τ-chegaralangan fazo, T_2 (Hausdorff fazosi), T_3 (Regulyar fazo), T_4 (Normal fazo). Lokal kuchsiz zichlik, lokal zichlik.*

Bu yerda τ-kardinal son.

Ta'rif 1. Biror topologik fazo (X,τ)ning har qanday quvvati τ dan oshmagan qism to'plamining yopig'i kompakt bo'lsa, bu fazo τ-chegaralangan deyiladi.

Ta'rif 2. Topologiyada kompaktlik shuni anglatadiki, to'plamning har qanday ochiq qoplamasidan chekli qoplama tanlab olish mumkin.

Ta'rif 3. Fazodagi har qanday ikkita turli nuqta uchun ularni ajratadigan kesishmaydigan ochiq to'plamlar mavjud bo'lsa, bu fazoga T_2 (Hausdorff fazosi) deyiladi. Ya'ni, har bir $x \neq y$ uchun shunday U va V ochiq to'plamlar topiladiki $x \in U_x, y \in V_y$, va $U \cap V = \emptyset$.

Ta'rif 4. Fazoda har qanday yopiq to'plam va unga tegishli bo'lmagan nuqta uchun ularni ajratadigan kesishmaydigan ochiq to'plamlar mavjud bo'lsa, bu fazoga T_3 (Regulyar fazo) deyiladi. Ya'ni,$x \in U_x, A \subseteq V_A$, va $U \cap V = \emptyset U$, shuningdek, V ochiq to'plami A ni qoplaydi.

Ta'rif 5. Topologik fazo X ning biror nuqtasi $x \in X$ atrofida zich to'plam $D \subseteq XD$ mavjud bo'lsa, ya'ni har qanday U ochiq atrof uchun $U \cap D \neq \emptyset$U bu D to'plami x atrofida **zich** deyiladi. Boshqacha qilib aytganda, har qanday ochiq to'plam U⊆X ichida zich to'plamdan kamida bitta nuqta mavjud bo'lsa, bu to'plam **lokal zich** bo'ladi.

Ta'rif 6. Topologik fazo X ning biror nuqtasi $x \in X$ atrofida to'plam $A \subseteq X$ mavjud bo'lsa va bu A to'plamning har bir ochiq atrofida (kichikroq to'plamlarda) zich to'plam mavjud bo'lsa, u holda bu to'plam **lokal kuchsiz zich** deyiladi.

(E)ISSN: 2181-1784
4(8), Sep., 2024
www.oriens.uz

Teorema 1. Agar (X, τ) topologik fazo τ-chegaralangan va T_2 (Hausdorff) bo'lsa, u holda bu fazo T_3 (Regulyar) ham bo'ladi. Ya'ni, har qanday yopiq to'plam va undan tashqaridagi nuqtani o'zaro ajratuvchi ochiq to'plamlar topish mumkin.

τ-chegaralanganlik fazoning quvvati τ-dan oshmagan qismlari uchun yopiq qismi kompakt bo'lishini talab qiladi. Bu shuni anglatadiki, agar to'plam quvvati jihatidan cheklangan bo'lsa, uning yopig'i kompakt bo'ladi.

Bu xossa juda muhim, chunki kompakt to'plamlar va ularning xossalari keyinchalik T_3 fazoda yopiq to'plamlarni va nuqtalarni ajratish imkonini beradi.

Bizga ma'lumki, Hausdorff fazoning xossalaridan biri shuki, kompakt to'plamlar yopiq bo'ladi va ular ham nuqtalardan ajratilishi mumkin. Shuning uchun, har qanday kompakt to'plam va nuqta uchun ularni ajratish mumkin.

Endi biz fazo τ-chegaralangan ekanligini hisobga olamiz.

Agar bizga biror yopiq to'plam A va undan tashqaridagi nuqta $x \notin A_x$ berilsa, biz A ning quvvati τ-dan oshmagan qismini olamiz (yoki to'plamning o'zini, agar u kichik bo'lsa). Bu to'plamning yopig'i kompakt bo'ladi, chunki fazo τ -chegaralangan.

Endi, bu to'plam kompakt bo'lgani uchun, biz Hausdorff fazoning xossasidan foydalanib, A va x nuqtasini o'zaro kesishmaydigan ochiq to'plamlar bilan ajratishimiz mumkin. Hausdorff xossasi tufayli, biz A ni qoplaydigan ochiq to'plam V va x ni qoplaydigan ochiq to'plam U topamiz, shundayki:

- $x \in U_x$,
- $A \subseteq V_A$,
- $U \cap V = \emptyset$

Bu regulyarlik (T_3) sharti uchun talabni qanoatlantiradi.

Yuqorida A ning yopiq bo'lishini hisobga oldik. Agar A yopiq bo'lmasa, biz uning yopig'ini olamiz, chunki Hausdorff fazoda yopiq bo'lgan kompakt to'plamlar bilan ishlash qulay. Shunday qilib, har qanday nuqta va yopiq to'plam uchun ularni ajratish mumkin bo'ladi.

Shunday qilib, agar τ-chegaralangan fazo T_2 (Hausdorff) bo'lsa, u holda bu fazo T_3 (Regulyar) ham bo'ladi, ya'ni har qanday yopiq to'plam va undan tashqaridagi nuqtani o'zaro kesishmaydigan ochiq to'plamlar bilan ajratish mumkin.

Endi τ-chegaralangan fazolarning T_2 (Hausdorff fazosi) shartni qanoatlantirsa, T_4 (Normal fazo) bo'lmasligiga qarshi misolni ko'rib chiqsak.

$W \times W_0$ ko'paytmani qaraymiz. Bu yerda W_0 barcha sanoqli tartib sonlar fazosi va W esa $\leq w_1$ bo'lgan barcha ordinal sonlar fazosi. Ma'lumki W va W_0 fazolar τ-chegaralangan va T_2 (Hausdorff fazosi) shartni qanoatlantiradi. Ammo $W \times W_0$ ko'paytma Normal fazo shartlarini saqlamaydi.

Shunday qilib, fazo T_2 (Hausdorff fazosi) shartni qanoatlantirsa, T_4 (Normal fazo) shartlarini qanoatlantirmaydi.

Teorema 2. Agar (X, τ) topologik fazo τ-chegaralangan bo'lsa, u holda $ldX = lwdX$ bo'ladi.

Isbot. Bizga ma'lumki, τ-chegaralangan fazoda har qanday quvvati τ-dan oshmagan to‘plamning yopig‘i kompakt bo‘ladi. Bu fazodagi cheklangan quvvatli to‘plamlar kompaktlik xossasiga ega bo‘lishini bildiradi.

Lokal kuchsiz zichlik deganda, biror nuqta $x \in X$ uchun, nuqtaning atrofiga mos keladigan to‘plamda zich bo‘lgan kichikroq qism topilishi tushuniladi. Bu shuni anglatadiki, har qanday $U \subseteq X$ ochiq atrof uchun bizda $D \subseteq U$ zich to‘plam mavjud bo‘ladi. Bu xossa shuni bildiradiki, A lokal kuchsiz zich bo‘lsa, u holda har qanday nuqtaning ochiq atrofi ichida zich bo‘lgan kichikroq to‘plamlar topish mumkin.

Endi lokal zichlikni isbotlashga o‘tamiz. Lokal zichlikning ma'nosi shundan iboratki, har qanday ochiq atrof ichida to‘plamning o‘zi zich bo‘ladi. Agar $A \subseteq X$ lokal kuchsiz zich bo‘lsa, unda har bir ochiq atrof ichida uning kichik qismlaridan zich to‘plam topiladi.

τ**-chegaralanganlik** shuni ta'minlaydiki, har bir quvvati τ-dan oshmagan to‘plamning yopig‘i **kompakt** bo‘lishi kerak. Demak, A-ning kichikroq qismlaridan zich to‘plamni topish mumkin bo‘lsa, bu to‘plamning yopig‘i kompakt bo‘ladi.

Endi har qanday ochiq atrofda A-ning zich qismlarini topish orqali, biz A-ning o‘zi ham zich bo‘lishini ta'minlaymiz. Bu shuni anglatadiki, lokal kuchsiz zichlik aslida lokal zichlikni ta'minlaydi, chunki har bir ochiq atrofda A-ning kichik qismlaridan zich to‘plam topiladi va bu xossa butun A-ni zich qilib beradi.

Bundan ko'rinadiki, $ldX = lwdX$.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR (REFERENCES):

1. O. Okunev, The minitightness of products, Topology and its applications 208 (2016) pp. 10–16.
2. R. Engelking, General topology, Helderman Verlag Berlin, 1989.
3. Mamadaliev Nodirbek, Karimov Sardor. ON τ -BOUNDED SPACES. “Problems of Modern Mathematics” 70th anniversary of A.A. Borubaev, June 15-19, 2021.
4. Adilbek Zaitov, Sardor Karimov. τ-chegaralangan fazolarning sust zichligi haqida. Analizning zamonaviy muammolari 2-3 iyun Qarshi 2023 yil