VOLUME 2 | ISSUE 11
ISSN 2181-1784
SJIF 2022: 5.947
ASI Factor = 1.7

НЕЛОКАЛЬНАЯ ЗАДАЧА ДЛЯ УРАВНЕНИЯ СМЕШАННОГО ТИПА

МУМИНОВ Фарход Маликович
канд.мат-физ. наук, доцент,
Алмалыкский филиал Ташкентского государственного технического университета,
E-mail: farxod.muminov.58@inbox.ru
КАРИМОВ Сардор Яшинович
Ассистент, Алмалыкский филиал Ташкентского государственного технического университета,
E-mail: mr_man89@mail.ru
УТАБОВ Умид Абсалямович
Ассистент, Алмалыкский филиал Ташкентского государственного технического университета,
E-mail: deadknight19950324@mail.ru

АННОТАЦИЯ

В этом статье приводится постановка нелокальных задач для уравнения смешанного типа. При определенных условиях на коэффициенты и правую часть уравнения доказывается корректность этих задач

Ключевые слова: *уравнения опорные понятия, уравнения смешанная нелокальная зада, сингулярная интегральная уравнения.*

ABSTRACT

This article presents the formulation of non-local problems for a mixed-type equation. Under certain conditions, the correctness of these problems is proved on the coefficients and the right side of the equation.

Keywords: *the equations are basic concepts, the equations are mixed nonlocal back, singular integral equations.*

ВВЕДЕНИЕ

Теория уравнений смешанного типа является в настоящий момент одним из важнейших разделов современной теории дифференциальных уравнений с частными производными.

С частными производными новым толчком в развитии теории краевых задач для уравнений смешанного типа послужили исследования А.М. Келдыша, М.Л. Лаврентьева, С.Л. Христиановича, А.Б. Бицадзе, А.М. Нахушев, Б.А. Бубнов, В.К. Врагова, В.П. Михайлов, А.И. Кожанов и другие [1-9] в которых было указана на важность исследования уравнений смешанного типа для задач околозвуковой газовой динамика бесконечно малых изгибание поверхностей, магнитно динамике и других разделов механики и физики.

Пусть D_- квадрат $0<-y$, $x<1$, а D_+ -односвязная область при $y\geq 0$, ограниченная простой дугой G с концами в точках $(0,0)$, $(1,0)$ и интервалом $J=(0,1)$ оси X. Обозначим через j множества всех точек, лежащих на диагональ D_-, а на ∂D_- отметим точки $a(x,1)$, $b(0,x-1)$, $c(1-x,0)$, $d(1,-x)$, $e(x,0)$, $f(1,x-1)$, $g(-1,x-1)$, $h(0,-x)$.

Задача. Определить в $D_+\cup D_-$ решение $u(x,y)$ уравнения

$$u_{XX}+\operatorname{sgn} y u_{yy}=0 \qquad (1)$$

Классе $C(\overline{D_+})\cup C(\overline{D_-})\cap C'(\overline{D_+}\cup J)\cap C'(\overline{D_-}\cup J\setminus j)$

$C^2(D_+)\cap C^2(D_-\setminus j)$ удовлетворяющее условиям

$$u/_{\gamma}=\varphi(t),\ t\in G \qquad (2)$$

$$a_j(x)u(a)+\cdots+h_j(x)u(h)=\psi_i(x) \qquad (3)$$

$$x\in[0,1],\ j=1,2,3$$

$$u(x,-0)=\alpha(x)u(x,+0)+j_0(x),\ x\in[0,1] \qquad (4)$$

где $_+0(-0)$ означает предел при $y\to 0$ из $D_+(D_-)$. В окрестностях концов J производные u_x, u_y могут обращаться в бесконечность интегрируемого порядка. Предполагается, что $\alpha, j_0, a_i,\dots,h_j\ \psi_i\in c_\mu^2[0,1)$, $(j=1,2,3)$, $\varphi\in c_\mu(\bar{G})$

$j_i\in c'_\mu[0,1)$, $\beta=const\neq 0$. Под c_μ^k понимается пространство к раз непрерывно дифференцируемых функций с гельдеровой k-ой производной.

2. сначала рассмотрим в D_- задачу об отыскание решение уравнения (1) по условиям (3)-(5). Общее решение берем в форм

$$u=F_0(x-y)+F_1(x+y) \qquad (6)$$

при не ограничивающем общности предположении $F_0(0)=0$.

Введя в D_- гармонически сопряженную к $u=(x,y)$ функцию $v=(x,y)$ с условием $v(0,0)=0$ и пользуясь формулой Коши-Римана, приводим (5) к виду

$$F_0(x)-F_1(x)=\beta v(x,0)-\int_0^x j_1(t)dt-\alpha(0)\varphi(0) \qquad (7)$$

Подставляя (6) в (3) имеем

$$P_{j1}(x)-F_1(x+1)+P_{j2}(x)F_0(1-x)+P_{i3}(x)F_1(x)+P_{i4}(x)F_1(-x)=P_{0j1}(x)F_0(1-x)+$$

$$+P_{0j2}(x)F_0(x)+P_{0j3}(x)F_1(1-x)+P_{0j4}(x)F_1(x-1)+\psi_j(x)$$
$$x\in[0,1],\ j=1,2,3 \tag{8}$$

$$P_{j1}=a_j+d_j,\quad P_{j2}=b_j+c_j,\quad P_{j3}=e_j+f_j,\quad P_{j4}=g_j+h_j,$$
$$-P_{0j1}=f_j+g_j,\quad -P_{0j2}=e_j+h_j,\quad -P_{0j3}=c_j+d_j,\quad -P_{0j4}=a_j+b_j. \tag{9}$$

Если в дополнения л (9) обозначить $P_{43}=-1,\ P_{042}=1$ положив остальные $P_{4j},\ P_{04j}\ \ j=(1,2,3,4)$ равным нулю, а затем ввести матрицы $\Phi(x)=\|P_{xj}(x)\|$, $\Phi_0(x)=\|P_{0xj}(x)\|$ то при условиях

$$\det\Phi(x)\neq 0,\quad \det\Phi_0(x)\neq 0 \tag{10}$$

используя рассуждения статьи [2], найдем из (7)-(8)

$$F_k(k\pm x)=\alpha_k^{\pm}(x)\cup(x,+0)+\beta_k^{\pm}(x)\cup(1-x,0)+w_k^{\pm} \tag{11}$$

где $\alpha_k^{\pm},\ \beta_k^{\pm},\ w_k^{\pm}$ - вполне определенные функции класса $c[0,1]\cap c^2(0,1)$.

Для обеспечения непрерывности решения в $D_{\_}$ следует потребовать при $k=0,1$

записывая с помощью (6), (11) функцию $u(x,y)$ в характеристическая треугольнике б, примыкающим снизу к J и учитывая условие (4), приходим к соотношению

$\alpha(x)u(x,+0)+m(x)\cup(x,+0)-n(x)\cup(1-x,+0)=w(x)$ где $x\in[0,1]$, а $m(x)$, $n(x)$ есть линейные комбинации $\alpha_k^{\pm},\ \beta_k^{\pm}$. Взяв последнее равенство сначала на $\left[0,\frac{1}{2}\right]$, а затем на $\left[\frac{1}{2},1\right]$ и заметив в первом случае x на $\frac{1}{2}+x$, а во втором на $\frac{1}{2}-x$, получим при $x\in\left[-\frac{1}{2},0\right)$

$$\alpha\left(\frac{1}{2}+x\right)u\left(\frac{1}{2}+x,0\right)+m\left(\frac{1}{2}+x\right)\cup\left(\frac{1}{2}+x,+0\right)+n\left(\frac{1}{2}+x\right)\cup\left(\frac{1}{2}-x,+0\right)=w\left(\frac{1}{2}+x\right),$$

$$n\left(\frac{1}{2}-x\right)\cup\left(\frac{1}{2}+x,+0\right)+2\left(\frac{1}{2}-x\right)u\left(\frac{1}{2}-x,+0\right)+m\left(\frac{1}{2}-x\right)\cup\left(\frac{1}{2}-x,+0\right)=w\left(\frac{1}{2}-x\right)$$

(13)

VOLUME 2 | ISSUE 11
ISSN 2181-1784
SJIF 2022: 5.947
ASI Factor = 1.7

Итак, мы пришли к задаче об отыскании аналитической в D_+ функции $u+iv$ по условиям (2), (13) с дополнительными требованиями (12). В общем случае эта задача редуцируется к полному сингулярному интегральному уравнению.

3. С целью получения принципе экстремума типа А.В. Бицадзе [3], остановим на задаче для области D_- получающейся путем добавления к однородным условиям (3) соотношения (4) при $j_0=0$. В векторно-матричной форме условия этой задачи имеют вид

$$\Phi_+(x)w(x)+\Phi_0(x)w(1-x)+\Phi_0(x) \qquad (14)$$

где $w(x)=\left[F_0(x+1),F_0(1-x),F_1(x),F_1(-x)\right],\Phi_+(x)$ отличается от $\Phi(x)$ лищ тем , что “-1” в последней строке заменено на “+1”, а $\psi_0(x)=\left[0,0,0,2(x),\tau(x)\right]$ $\tau(x)=u(x,+0)$. Оказывается, требования (10) позволяет из (14) найти

$$w(x)=\Gamma^*(x)\psi_0(x)+\Gamma(x)\psi_0(1-x) \qquad (15)$$

$$\Gamma(x)=\left\|j_{xi}(x)\right\|=Q(x)\Phi_+^{-1}(x)\Phi_0(x)\Phi_+^{-1}(1-x)$$

$$\Gamma^*(x)=\left\|j_{xj}^+(x)\right\|=Q(x)\Phi_+^{-1}(x)$$

$$Q(x)=E-\Phi_0^{-1}(1-x)\Phi_+(1-x)\Phi_0^{-1}(x)\Phi_+(x) \qquad (16)$$

Из (15) определим значения $u(x,y)$ в треугольнике D затем вычисляем $u_y(x,0)$ и заменяем u по формуле (5) при $j_1\equiv 0$. Если потребовать выполнения тождества

$$j_{34}(x)+j_{24}^*(1-x)\equiv 0 \qquad (17)$$

То получаемый при этом результат можно записать в форме

$$\beta^2u_y(x,+0)=\beta\alpha(x)\left[j_{34}^*(x)-j_{24}(1-x)\right]\tau'(x)+\beta\left\{\alpha(x)\left[j_{24}'(1-x)+j_{24}^*(x)\right]+\alpha'(x)\left[j_{34}^*(x)-j_{34}^*(1-x)\right]\right\}\tau(x)$$

Отсюда с помощью леммы Зарембы легко выводится утверждение принцип максимума: при однородных (3)-(5) решение рассматриваемой задачи не может достигать во внутренних точках J ни положительного максимума, ни отрицательного минимума, если имеют место тождество (17) и неравенство

$$\beta\left\{\alpha(x)\left[j_{24}'(1-x)+j_{34}^*(x)\right]+\alpha'(x)\left[j_{34}^*(x)-j_{24}(1-x)\right]\right\}\geq 0 \qquad (18)$$

Ясно, что условия (17)-(18) обеспечивают единственность решения задачи. Левые части этих формул вычисляющая с помощью (16) [5-10].

REFERENCES

1. Нахушев А.М. Дифференциал уравнения, 1970 т.б, 1с 190-191 критерий единственности задачи Дирихле для уравнений смешанного типа цилиндрической области.

2. Келдыш М.Б. О некоторых случаях вырождения уравнений эллиптического типа на границе области. //Докл. А.К.СССР 1951г. Т77, №2 стр. 181-183

3. Лаврентев М.А., Бицадзе А.В., К проблеме уравнений смешанного типа. // Докл. А.К.СССР 1950г Т70 №3 стр373-376.

4. Бубнов Б.А. Краевая задача для одного класса ультра гиперболических уравнений. В Корректные краевые задачи для неклассических уравнений Мат. Физики. Новосибирск. ИМСОАН 1981г. Стр. 34-40

5. Михайлов В.П. Дифференциальные уравнения в частных производных. М. Наука. 1983г стр.423

6. Кожанов А.И. Краевая задача для одного класса уравнений третьего порядка. // Докл. А.К. СССР 1979г. Т249. Стр. 536-540

7. Соболев С.И. Пример корректности кривой задачи для уравнения колебаний струны с данными на всей границе Докл. А.К. СССР. 1956. Т109№4 с 707-709

8. Бицадзе А.В. К проблеме уравнений смешанного типа. Труды математического института АК СССР. 1953 Т4. стр.3-57

9. Врагов В.К. К вопросу о постановка корректных краевых задач для неклассических уравнений математической физике. Новосибирск, 1981 с 24-31

10. Muminov F. M., Dushatov N. T., Miratoev Z. M. (2022). Boundary Problem for a Third Order Equation of a Mixed Composite Type. Eurasian Journal of Physics, Chemistry and Mathematics, 5, 12-16.

11. Муминов Ф. М., Самандаров И. Р., Душатов Н. Т., Миратоев З. М. (2022). О НЕКОТОРЫХ ЗАДАЧАХ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ ТРЕТЬЕГО ПОРЯДКА СМЕЩАННОГО-СОСТАВНОГО ТИПА. Oriental renaissance: Innovative, educational, natural and social sciences, 2(4), 260-265.

12. Муминов Ф. М., Самандаров И. Р., Душатов Н. Т., Миратоев З. М. (2022). КРАЕВАЯ ЗАДАЧА ДЛЯ ОДНОГО КЛАССА УРАВНЕНИЙ ТРЕТЬЕГО ПОРЯДКА. Oriental renaissance: Innovative, educational, natural and social sciences, 2(4), 218-224.

13. Muminov F. M., Dushatov N. T., Miratoev Z. M. (2022). NONLOCAL BOUNDARY VALUE PROBLEMS FOR A THIRD-ORDER MIXEDCOMPOSITE

TYPE EQUATION. Web of Scientist: International Scientific Research Journal, 3(4), 600-605

14. Муминов Ф. М., Миратоев З. М. (2021). О нелокальной краевой задаче для одного неклассического уравнения. Scientific progress, 1(6), 922-927.

15. Муминов Ф. М., Душатов Н. Т., Миратоев З. М., Ибодуллаева М.Ш. (2022) ОБ ОДНОЙ КРАЕВОЙ ЗАДАЧЕ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ ТРЕТЬЕГО ПОРЯДКА СМЕШАННО-СОСТАВНОГО ТИПА. Oriental renaissance: Innovative, educational, natural and social sciences, 2(6), 606-612.